[rapide]

Déterminer les réels A, B et C pour que : $F(z) = \dfrac{z+1}{(z+2)(z-5)^2} = \dfrac{A}{z+2} + \dfrac{B}{z-5} + \dfrac{C}{(z-5)^2}$.

Pour trouver A associé à $(z+2)$, on calcule $\lim\limits_{z\to -2}(z+2)F(z) = \dfrac{-1}{49} = A + 0 + 0$ donc $\boxed{A = \dfrac{-1}{49}}$

Pour trouver C associé à $(z-2)^2$, on calcule $\lim\limits_{z\to 5}(z-5)^2F(z) = \dfrac{6}{7} = 0 + 0 + C$ donc $\boxed{C = \dfrac{6}{7}}$

Pour trouver B on donne une valeur simple à z, par exemple $z = 6$,

on a alors $F(6) = \dfrac{7}{8} = \dfrac{A}{8} + B + C$ donc $B = \dfrac{7}{8} - C - \dfrac{A}{8}$ donc $\boxed{B = \dfrac{1}{49}}$

En déduire une primitive de z définie sur $]5; +\infty[$.

Puisque $F(z) = \dfrac{-1}{49} \times \dfrac{1}{z+2} + \dfrac{1}{49} \times \dfrac{1}{z-5} + \dfrac{6}{7} \times \dfrac{1}{(z-5)^2}$

une primitive de F est G définie par : $G(z) = \dfrac{-1}{49} \times \ln(z+2) + \dfrac{1}{49}\ln(z-5) - \dfrac{6}{7} \times \dfrac{1}{z-5}$