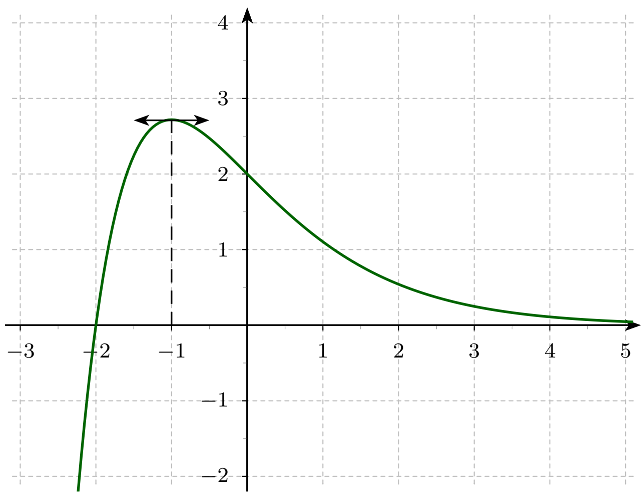

Une imprimante nous a fournit le schéma ci contre.

On sait que la fonction est de la famille des : $f(t) = (at + b)e^{c\times t}$. Utiliser ce graphique pour répondre aux questions suivantes :

1. Pourquoi c n'est-il pas nul ?
2. Quel est le signe de c ?
3. Quelle est la valeur de b ?
4. En déduire la valeur de a
5. Calculer $f'(t)$ et en déduire la valeur de c.
6. Montrer que $f''(t) = te^{-t}$

1. Si c est nul alors $f(t) = at + b$ donc pour que $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = 0$ il faudrait que $a = 0$ et $b = 0$ on aurait alors f(t) $= 0 mais f(0) = 2$ donc c ne peut pas être nul.
2. Si c est positif alors $\lim\limits_{t\to+\infty} e^{ct} = +\infty$ or la $\lim\limits_{t\to+\infty} at + b$ est b, si $a = 0$, ou infinie, si $a \neq 0$ donc leur produit ne peut pas donner $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = 0$ comme sur le dessin.
3. On lit $f(0) = 2$ or $f(0) = (a0 + b)e^{c\times 0} = b$ donc $b = 2$.
4. On lit : $f(-2) = 0$ or $f(-2) = (-2a + 2)e^{-2c}$ et $e^{-2c} \neq 0$ donc $-2a + 2 = 0$ donc $a = 1$.
5. On a déjà : $f(t) = (t+2)e^{ct}$ donc $f'(t) = e^{ct} + (t+2)ce^{ct} = (ct+2c+1)e^{ct}$ et on lit $f'(-1) = 0$ donc $(-c + 2c + 1) = 0$ donc $c + 1 = 0$ donc $c = -1$.
6. On a donc : $f(t) = (t + 2)e^{-t}$ donc $f'(t) = e^{-t} + (t + 2)(-1)e^{-t} = (-t - 1)e^{-t} = -(t + 1)e^{-t}$ puis $f''(t) = -1e^{-t} - (t + 1)(-1)e^{-t} = -e^{-t} + te^{-t} + e^{-t} = te^{-t}$.