

• Donner les primitives des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 5x^2 - 5x + 1$

$$F(x) = \frac{5}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + C$$

2. $f(x) = \frac{2}{5x+1}$

$$f \text{ ressemble à } \frac{u'}{u} \text{ donc } f(x) = \frac{2}{5} \times \frac{5}{5x+1} \text{ donc } F(x) = \frac{2}{5} \ln |5x+1| + C$$

3. $f(x) = 2e^{3x+1}$

$$f \text{ ressemble à } u'e^u \text{ donc } f(x) = \frac{2}{3} \times 3e^{3x+1} \text{ donc } F(x) = \frac{2}{3}e^{3x+1} + C$$

4. $f(x) = \sin(x) \cos(x)$

$$f \text{ est de la forme } u^1 u' \quad F(x) = \frac{1}{2} \times (\sin(x))^2 + C$$

5. $f(x) = \frac{3x}{4+x^2}$

$$f \text{ ressemble à } \frac{u'}{u} \text{ donc } f(x) = \frac{3}{2} \times \frac{2x}{x^2+4} \text{ donc } F(x) = \frac{3}{2} \ln(x^2+4) + C$$

6. $f(x) = \frac{1}{x^2+4x+4}$

$$\text{Plus subtil, } f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} \text{ ressemble donc à } \frac{-u'}{u^2} \text{ donc } f(x) = -\frac{-1}{(x+2)^2}$$

$$\text{donc } F(x) = \frac{1}{x+2}$$

• Sachant que $\int_a^b u(t) \times v'(t) dt = \left[u(t) \times v(t) \right]_a^b - \int_a^b u'(t) \times v(t) dt$

Calculer $\int_0^1 t \times e^{2t} dt$

$t \times e^{2t}$ n'est pas une dérivée connue alors on intègre par parties, pour cela :

on pose $u(t) = t$ et $v'(t) = e^{2t}$

on calcule : $u'(t) = 1$ et $v(t) = \frac{1}{2}e^{2t}$

on obtient : $\int_0^1 t \times e^{2t} dt = \left[t \times \frac{1}{2}e^{2t} \right]_0^1 - \int_0^1 1 \times \frac{1}{2}e^{2t} dt$

Il ne reste plus qu'à calculer l'intégrale résultant qui est plus simple que celle que l'on avait initialement à calculer.

$$\begin{aligned} \int_0^1 t \times e^{2t} dt &= \left(1 \times \frac{1}{2}e^{2 \times 1} - 0 \right) - \frac{1}{2} \times \int_0^1 1 \times e^{2t} dt \\ &= \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{2}e^{2t} \right]_0^1 \\ &= \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{2}e^0 \right) \\ &= \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4} \times (e^2 - 1) \\ &= \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4} \end{aligned}$$