On considère la fonction f définie sur $I =]2;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2-6x+5}{x-2}$

1. Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} f(x)$. Que peut-on en déduire graphiquement ?

   On a : $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} x-2 = 0_+$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} x^2-6x+5 = -3 < 0$ donc $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} f(x) = -\infty$

2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

   $f(x) = 0$ équivaut à $f(x) = \dfrac{x^2-6x+5}{x-2}$ puis à $x \neq 2$ et $x^2-6x+5 = 0$
   or $x \in]2;+\infty[$ donc $x \neq 2$ et $\Delta = 36-20 = 16 > 0$ donc $x = 5$ est la seule valeur possible car $x = 1$ n'est pas dans le domaine.
   Conclusion : $f(x) = 0$ ssi $x = 5$

3. Déterminer les réels, a, b et c tels que pour tout $x \in I$, on ait : $f(x) = ax+b+\dfrac{c}{x-2}$.

   On a : $ax+b+\frac{c}{x-2} = \dfrac{(ax+b)(x-2)+c}{x-2} = \dfrac{ax^2+(b-2a)x+c-2b}{x-2}$
   donc $f(x) = ax+b+\dfrac{c}{x-2}$ lorsque $a = 1$ et $(b-2a) = -6$ et $c-2b = 5$
   donc $a = 1$ puis $b = -4$ et $c = -3$

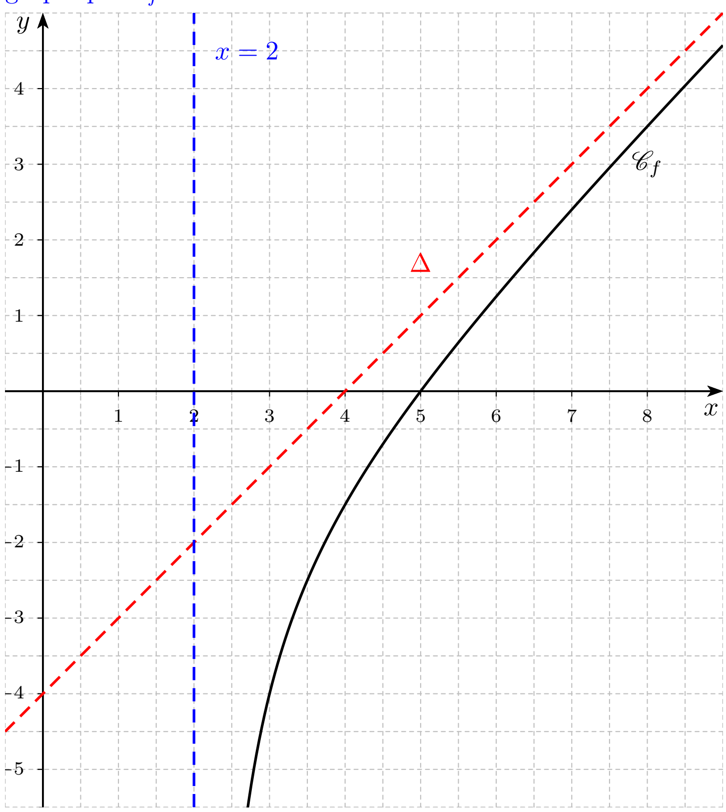
4. En déduire que C_f admet une asymptote oblique notée Δ dont on donnera une équation.

   Puisque $f(x) = x-4-\dfrac{3}{x-2}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3}{x-2} = 0$, on a $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-4) = 0$
   donc la droite d'équation $y = x-4$ est asymptote à la courbe représentant f au voisinage de $+\infty$

5. En étudiant le signe de la différence $f(x)-(ax+b)$, déterminer la position de C_f par rapport à Δ.

   On a : $f(x)-(x-4) - \dfrac{3}{x-2}$ or $x > 2$ donc $f(x)-(x-4) < 0$ donc la courbe reste sous son asymptote.

6. Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, tracer Δ, la droite d'équation $x = 2$ et l'allure de la représentation graphique C_f.



7. Expliquer comment donner une valeur approchée de $f(10^4)$ au millième sans calculatrice.

   Puisque $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-4) = 0$, une bonne approximation de $f(10^4)$ est $10^4-4 = 9996$ en effet l'erreur commise est $\dfrac{3}{x-2} \approx 0,0003$