Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln[-x^2 - x + 6]$.

1. (a) Étudier le signe de $g(x) = -x^2 - x + 6$ sur $\mathbb{R}$ et donner l'ensemble de définition de f
   (b) Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{\substack{x \to -3 \\ x > -3}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x < 2}} f(x)$.
   (c) En déduire les équations des asymptotes à la courbe $\mathcal{C}$
2. Montrer que : pour tout $x \in]-3\ ;\ 2[$, $f'(x) = \dfrac{-2x-1}{g(x)}$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de f.
4. Déterminer une équation de la tangente â $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.
5. (a) Montrer que, sur l'intervalle $[0\,;\,1{,}9]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution x_0.
   (b) À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement de x_0 d'amplitude 10^{-2}.

   Soit F la fonction définie sur $]-3\ ;\ 2[$ par : $F(x) = (x+3)\ln(x+3) + (x-2)\ln(-x+2) - 2x$.
6. Montrer que F est une primitive de f sur $]-3\ ;\ 2[$.
7. (a) Préciser à l'aide du graphique le signe de f sur l'intervalle $[0\,;\,1]$.
   (b) Calculer la valeur exacte $\mathcal{A}$ (en unités d'aire), de l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.
8. Dessiner,la courbe représentant f et les deux asymptotes sur un même dessin à l'aide d'un grapheur.