1. On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par :

$$P(z) = z^3 + (2-2\mathrm{i})z^2 + (4-4\mathrm{i})z - 8\mathrm{i}.$$

   (a) Démontrer que $2\mathrm{i}$ est une solution de l'équation $P(z) = 0$.

   (b) Démontrer que $P(z) = (z - 2\mathrm{i})\left(z^2 + 2z + 4\right)$.

   (c) En déduire toutes les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$.

2. *Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O\overrightarrow{u}\,\overrightarrow{v})$.*
   On réalisera une figure sur l'annexe donnée en dernière page du sujet.

   On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_{\mathrm{A}} = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$, $z_{\mathrm{B}} = 1 - \mathrm{i}\sqrt{3}$, et $z_{\mathrm{C}} = -2$.

   (a) Déterminer le module et un argument de chacun des trois nombres complexes z_{A}, z_{B} et z_{C} puis les écrire en notation exponentielle.

   (b) Placer les points A, B et C dans $(O\overrightarrow{u}\,\overrightarrow{v})$

   On note $Z = \dfrac{z_{\mathrm{A}} - z_{\mathrm{C}}}{z_{\mathrm{B}} - z_{\mathrm{C}}}$.

   (c) Déterminer la forme algébrique de Z.

   (d) Calculer le module et un argument de Z.

   (e) En déduire la nature du triangle ABC.